

### 2.3. KIRCHHOFFOVY ZÁKONY

K řešení složitějších elektrických obvodů používáme dva Kirchhoffovy zákony. Proud ze zdrojů se současně spotřebuje ve více spotřebičích, které tvoří různé kombinace zátěže. Celkový proud se rozdělí do jednotlivých větví.

*První zákon Kirchhoffův* platí pro rozvětvený elektrický proud a zní takto:

Algebraický součet proudů v libovolném místě elektrického obvodu se rovná nule.

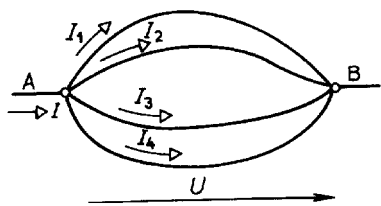
Obecně platný vztah má tvar

$$\sum_{k=1}^n I_k = 0$$

Proud se větví v uzlu. *Uzel* je místo, ve kterém se stýká dva a více vodičů. Do uzlu (obr. 5) přichází proud  $I$  a odcházejí proudy  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $I_3$  a  $I_4$ . Pro daný uzel můžeme napsat vztah podle prvního Kirchhoffova zákona

$$I_1 + I_2 + I_3 + I_4 - I = 0$$

Směrovou šipku napětí volíme ve směru spádu napětí, tj. šipka napětí zdroje jde od kladné svorky k záporné svorce zdroje a šipka napětí na spotřebiči (rezistoru) jde ve směru proudu procházejícího spotřebičem.



Obr. 5.

Úbytek napětí mezi uzly A a B musí být stejný jako úbytky na jednotlivých větvích.

$$\begin{aligned}
 I_1 R_1 &= I_2 R_2 & \frac{I_1}{I_2} &= \frac{R_2}{R_1} & \frac{I_2}{I_3} &= \frac{R_3}{R_2} \\
 I_1 R_1 &= I_3 R_3 & \frac{I_1}{I_3} &= \frac{R_3}{R_1} & \frac{I_3}{I_4} &= \frac{R_4}{R_3} \\
 I_1 R_1 &= I_4 R_4 & \frac{I_1}{I_4} &= \frac{R_4}{R_1} & &
 \end{aligned}$$

Proudy ve větvích se rozdělí v obráceném poměru odporů nebo také v poměru vodivosti.

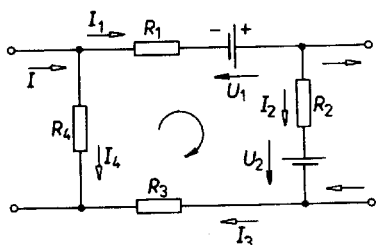
Druhý zákon Kirchhoffův platí pro uzavřený elektrický obvod a má toto znění:

Algebraický součet všech svorkových napětí zdrojů a všech úbytků napětí na spotřebičích se rovná nule. Píšeme tedy

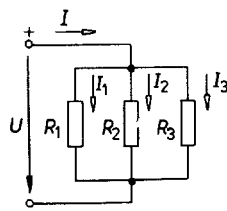
$$\sum_{k=1}^n U_k = 0$$

Rovnici pro uzavřený obvod podle obr. 6 lze sestavit tak, že budeme postupovat ve směru šipky ve smyčce.

$$R_1 I_1 - U_1 + R_2 I_2 + U_2 + R_3 I_3 - R_4 I_4 = 0$$



Obr. 6.

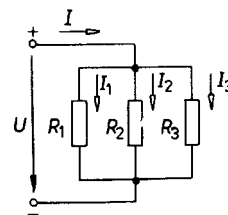


Obr. 7.

Směrovou šipku napětí volíme ve směru spádu napětí, tj. šipka napětí zdroje jde od kladné svorky k záporné svorce zdroje a šipka napětí na spotřebiči (rezistoru) jde ve směru proudu procházejícího spotřebičem.

### ● Příklad 2.3.1

Rezistory o odporech  $R_1 = 20 \Omega$ ,  $R_2 = 30 \Omega$ ,  $R_3 = 60 \Omega$  zapojíme vedle sebe a připojíme na zdroj  $U = 180 \text{ V}$ . Určete proudy  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $I_3$ , které procházejí jednotlivými rezistory a celkový proud  $I$  (obr. 7). Podle Ohmova zákona platí



Obr. 7.

$$I_1 = \frac{U}{R_1} = \frac{180}{20} \text{ A} = 9 \text{ A}$$

$$I_2 = \frac{U}{R_2} = \frac{180}{30} \text{ A} = 6 \text{ A}$$

$$I_3 = \frac{U}{R_3} = \frac{180}{60} \text{ A} = 3 \text{ A}$$

Podle prvního Kirchhoffova zákona bude výsledný proud

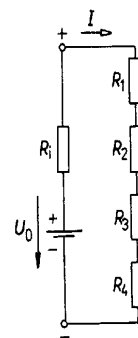
$$I = I_1 + I_2 + I_3 = (9 + 6 + 3) \text{ A} = 18 \text{ A}$$

● **Příklad 2.3.2**

Zdroj má napětí naprázdno  $U_0 = 12 \text{ V}$ , jeho vnitřní odpor je  $R_i = 0,4 \Omega$ . Zátěž tvoří čtyři rezistory o odporech  $R_1 = 2,6 \Omega$ ,  $R_2 = 11 \Omega$ ,  $R_3 = 4 \Omega$ ,  $R_4 = 6 \Omega$  zapojené do série. Vypočítejte svorkové napětí zdroje a napětí na jednotlivých rezistorech (obr. 8).

Podle druhého Kirchhoffova zákona

$$U_0 = IR_i + IR_1 + IR_2 + IR_3 + IR_4$$



Obr. 8.

z toho

$$I = \frac{U_0}{R_i + R_1 + R_2 + R_3 + R_4} = \frac{12}{24} \text{ A} = 0,5 \text{ A}$$

Úbytek na vnitřním odporu zdroje

$$U_i = R_i I = 0,4 \cdot 0,5 \text{ V} = 0,2 \text{ V}$$

Napětí na jednotlivých rezistorech

$$U_1 = R_1 I = 2,6 \cdot 0,5 \text{ V} = 1,3 \text{ V}$$

$$U_2 = R_2 I = 11 \cdot 0,5 \text{ V} = 5,5 \text{ V}$$

$$U_3 = R_3 I = 4 \cdot 0,5 \text{ V} = 2 \text{ V}$$

$$U_4 = R_4 I = 6 \cdot 0,5 \text{ V} = 3 \text{ V}$$

Svorkové napětí zdroje

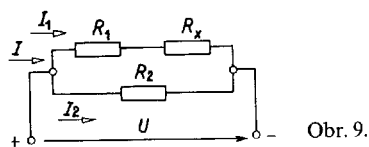
$$U = U_1 + U_2 + U_3 + U_4 = (1,3 + 5,5 + 2 + 3) \text{ V} = 11,8 \text{ V}$$

Kontrola

$$U_0 = U + U_i = (11,8 + 0,2) \text{ V} = 12 \text{ V}$$

### ● Příklad 2.3.3

Určete odpor rezistoru  $R_x$ , který je zapojen do série s rezistorem s odporem  $R_1 = 10 \Omega$ , aby při napětí zdroje  $U = 40 \text{ V}$  procházel větví proud  $I_1 = 2 \text{ A}$ . Řešte pomocí druhého Kirchhoffova zákona i bez jeho použití. Schéma zapojení je na obr. 9.



Podle druhého zákona Kirchhoffova platí

$$R_1 I_1 + R_x I_1 - R_2 I_2 = 0$$

$$R_2 I_2 = U$$

Po dosazení do první rovnice dostáváme

$$R_1 I_1 - R_x I_1 - U = 0$$

z toho

$$R_x = \frac{U - R_1 I_1}{I_1}$$

Po dosazení

$$R_x = \frac{40 - 10 \cdot 2}{2} \Omega = 10 \Omega$$

Bez použití druhého zákona Kirchhoffova

$$R_1 + R_x = \frac{U}{I_1}$$

z toho

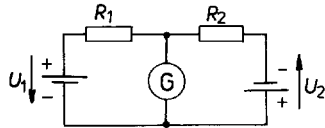
$$R_x = \left( \frac{40}{2} - 10 \right) \Omega = 10 \Omega$$

■ Úloha 2.3.11

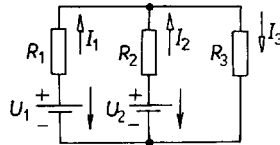
Jak se rozdělí proud  $I = 54 \text{ A}$  do dvou větví s odpory rezistorů  $R_1 = 15 \Omega$  a  $R_2 = 30 \Omega$  a jak velké je napětí na dvou paralelně spojených rezistorech?

■ Úloha 2.3.12

Stanovte odpor rezistoru  $R_2$  tak, aby galvanometrem  $G$  neprocházel žádný proud.  $U_1 = 4 \text{ V}$ ,  $U_2 = 6 \text{ V}$ ,  $R_1 = 8 \Omega$ . Schéma zapojení je na obr. 10.



Obr. 10.



Obr. 11.

■ Úloha 2.3.13

$$I_1 = 0,4 \text{ A} \quad I_2 = 0,05 \text{ A} \quad I_3 = 0,14 \text{ A}$$

V obvodu zapojeném podle obr. 11 určete proudy  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $I_3$ , které procházejí rezistory s odpory  $R_1 = 20 \Omega$ ,  $R_2 = 50 \Omega$ ,  $R_3 = 30 \Omega$ . Napětí zdrojů jsou  $U_1 = 10 \text{ V}$ ,  $U_2 = 8 \text{ V}$ .

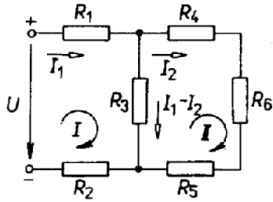
● **Příklad 2.3.4**

Určete proudy  $I_1$  a  $I_2$  v obvodu zapojeném podle obr. 12. Odpory rezistorů jsou  $R_1 = 2 \Omega$ ,  $R_2 = 1 \Omega$ ,  $R_3 = 12 \Omega$ ,  $R_4 = 1 \Omega$ ,  $R_5 = 1 \Omega$ ,  $R_6 = 2 \Omega$ .

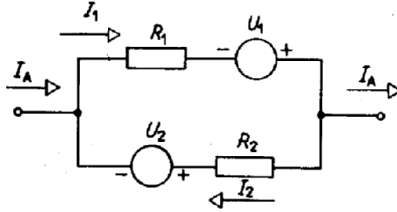
Napětí zdroje je 48 V.

Pro smyčku I platí

$$R_1 I_1 + R_3(I_1 - I_2) + R_2 I_1 - U = 0$$



Obr. 12.



Obr. 13.

Pro smyčku II platí

$$(R_4 + R_6 + R_5) I_2 - R_3(I_1 - I_2) = 0$$

Po dosazení a jednoduché úpravě číselně platí

$$\begin{aligned} 15I_1 - 12I_2 &= 48 \\ -12I_1 + 16I_2 &= 0 \end{aligned}$$

Pro stanovení  $I_2$  znásobíme první rovnici čtyřmi a druhou pěti a dostaneme

$$\begin{aligned} 60I_1 - 48I_2 &= 192 \\ -60I_1 + 80I_2 &= 0 \end{aligned}$$

Sečtením obou rovnic dostaneme

$$\begin{aligned} 32I_2 &= 192 \\ I_2 &= \frac{192}{32} = 6 \\ I_2 &= 6 \text{ A} \end{aligned}$$

Výpočet proudu  $I_1$  provedeme tak, že do rovnice  $-12I_1 + 16I_2 = 0$  dosadíme za  $I_2 = 6$

$$\begin{aligned} -12I_1 + 96 &= 0 \\ I_1 &= \frac{96}{12} = 8 \\ I_1 &= 8 \text{ A} \end{aligned}$$

■ Úloha 2.3.14

~~7A~~ 2A

Vypočítejte proudy  $I_1$  a  $I_2$  v obvodu zapojeném podle obr. 13. Hodnoty obvodových prvků jsou tyto:  $R_1 = 1 \Omega$ ,  $R_2 = 2 \Omega$ ,  $U_1 = 10 \text{ V}$ ,  $U_2 = 1 \text{ V}$ . Proud  $I_A$  je 3 A.

■ Úloha 2.3.15

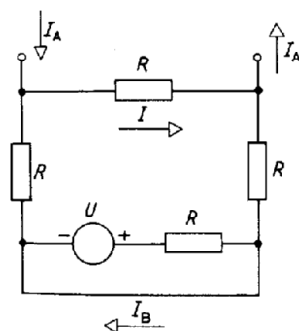
Rezistory s odpory  $R_1 = 2 \text{ k}\Omega$ ,  $R_2 = 3 \text{ k}\Omega$ ,  $R_3 = 6 \text{ k}\Omega$  spojíme vedle sebe a připojíme na zdroj o napětí 24 V. Určete proudy v jednotlivých rezistorech a celkový odebíraný proud ze zdroje.

■ Úloha 2.3.16

Při paralelně spojených rezistorech s odpory  $R_1 = 20 \Omega$  a  $R_2 = 50 \Omega$  prochází rezistorem o odporu  $R_1$  proud 2 A. Určete, jak velký proud prochází rezistorem o odporu  $R_2$ .

■ Úloha 2.3.17

Vypočítejte napětí zdroje  $U$  a proud  $I$  v obvodu zapojeném podle obr. 14. Všechny rezistory mají stejný odpor, a to  $1 \Omega$ . Proud je  $I_A = 3 \text{ A}$  a  $I_B = 3 \text{ A}$ .



Obr. 14.

■ Úloha 2.3.18

Dvě baterie zapojené vedle sebe napájejí společnou zátěž tvořenou rezistorem s odporem  $12,56 \Omega$ . Obě baterie však nejsou stejné. Jedna má napětí naprázdno  $41,6 \text{ V}$  a vnitřní odpor  $0,6 \Omega$ , druhá má napětí naprázdno  $40 \text{ V}$  a vnitřní odpor  $0,4 \Omega$ . Vypočtete, jak velký proud bude procházet zátěží a jakými proudy se na tomto napájení podílejí oba zdroje.