

## 2.6. ŘEŠENÍ OBVODŮ STEJNOSMĚRNÉHO PROUDU S JEDNÍM A S NĚKOLIKA ZDROJI

### Obvody stejnosměrného proudu s jedním zdrojem

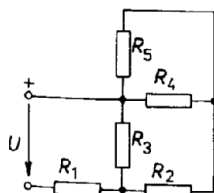
Při řešení obvodů složených z jednoho zdroje a z několika rezistorů, které tvoří *sériově paralelní kombinace*, postupujeme takto:

1. Převedeme složité zapojení zátěže postupným zjednodušováním na zátěž, která je tvořena pouze jedním rezistorem.
2. Podle Ohmova zákona určíme proud, který dodává zdroj do obvodu. (Známe-li proud, určíme napětí zdroje.)
3. Jednoduchý obvod převádíme postupně na obvod původní a určujeme v jednotlivých větvích proudy a mezi jednotlivými uzly příslušná napětí.

### Obvody stejnosměrného proudu s několika zdroji

Při řešení používáme Kirchhoffovy zákony a postupujeme takto:

1. Označíme skutečnou polaritu zdrojů proudu tak, že smysl napětí směřuje vždy od kladné svorky (+) ke svorce záporné (-).
2. Označíme šipkou smysl proudů ve větvích, od kladné svorky zdroje k záporné, přičemž pro proudy, jejichž smysl neznáme, volíme libovolné smysly.
3. Zvolíme si směr postupu (např. souhlasně se směrem pohybu hodinových ručiček), v jakém budeme počítat napětí na členech obvodu (rezistory a zdroje) ve smyčce.
4. Napětí na rezistorech značíme jako kladné tehdy, když vyznačený smysl proudu v uvažovaném rezistoru je totožný se směrem postupu.
5. Sestavíme rovnice pro smyčky a uzly. Pro řešení obvodu píšeme tolik nezávislých rovnic, kolik máme neznámých.



Obr. 27.

#### ● Příklad 2.6.1

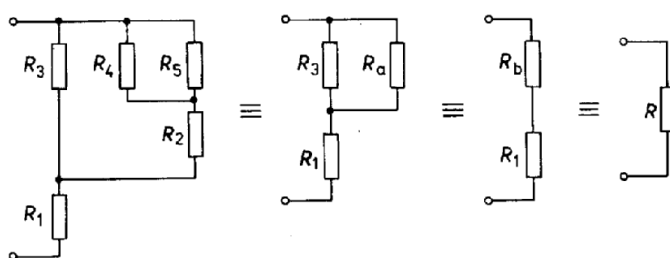
Určete proud, který dodává zdroj do obvodu, proudy a napětí (obr. 27). Napětí zdroje je 17,5 V. Odpory rezistorů jsou  $R_1 = 10 \Omega$ ,  $R_2 = 20 \Omega$ ,

$R_3 = 10 \Omega$ ,  $R_4 = 15 \Omega$ ,  $R_5 = 30 \Omega$ . Obvod řešíme postupným zjednodušováním zátěže podle obr. 28

$$R_a = R_2 + \frac{R_4 R_5}{R_4 + R_5} = \left( \frac{15 \cdot 30}{15 + 30} + 20 \right) \Omega = 30 \Omega$$

$$R_b = \frac{R_3 R_a}{R_3 + R_a} = \frac{10 \cdot 30}{10 + 30} \Omega = 7,5 \Omega$$

$$R = R_1 + R_b = (10 + 7,5) \Omega = 17,5 \Omega$$



Obr. 28.

Výsledný proud vypočteme podle Ohmova zákona

$$I = \frac{U}{R} = \frac{17,5}{17,5} \text{ A} = 1 \text{ A}$$

Napětí na rezistoru  $R_1$

$$U_1 = R_1 I = 10 \cdot 1 \text{ V} = 10 \text{ V}$$

Napětí na rezistoru  $R_3$

$$U_3 = U - U_1 = (17,5 - 10) \text{ V} = 7,5 \text{ V}$$

Proud procházející rezistorem  $R_3$

$$I_3 = \frac{U_3}{R_3} = \frac{7,5}{10} \text{ A} = 0,75 \text{ A}$$

Proud procházející rezistorem  $R_2$

$$I_2 = \frac{U_3}{R_2 + \frac{R_4 R_5}{R_4 + R_5}} = \frac{7,5}{20 + \frac{15 \cdot 30}{15 + 30}} \text{ A} = 0,25 \text{ A}$$

Napětí na rezistoru  $R_2$

$$U_2 = R_2 I_2 = 20 \cdot 0,25 \text{ V} = 5 \text{ V}$$

Napětí na rezistorech  $R_4$  a  $R_5$  jsou stejná

$$U_4 = U_5 = U_3 - U_2 = (7,5 - 5) \text{ V} = 2,5 \text{ V}$$

Proud procházející rezistorem  $R_5$

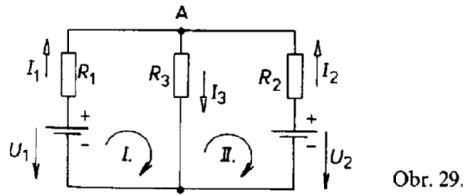
$$I_5 = \frac{U_5}{R_5} = \frac{2,5}{30} \text{ A} = 0,083 \text{ A}$$

Proud procházející rezistorem  $R_4$

$$I_4 = \frac{U_4}{R_4} = \frac{2,5}{15} \text{ A} = 0,166 \text{ A}$$

● **Příklad 2.6.2**

Vypočítejte proudy  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $I_3$  v obvodu zapojeném podle obr. 29. Napětí zdrojů  $U_1 = 14 \text{ V}$ ,  $U_2 = 18 \text{ V}$ , odpory rezistorů  $R_1 = 2 \Omega$ ,  $R_2 = 3 \Omega$ ,  $R_3 = 4 \Omega$ .



Podle I. Kirchhoffova zákona pro uzel A platí

$$I_1 + I_2 - I_3 = 0 \quad (1)$$

Podle II. Kirchhoffova zákona pro smyčky I a II platí

$$R_1 I_1 + R_3 I_3 - U_1 = 0 \quad (2)$$

$$-R_3 I_3 - R_2 I_2 + U_2 = 0 \quad (3)$$

Z rovnice (1) vyjádříme  $I_3$  a dosadíme do rovnic (2) a (3)

$$R_1 I_1 + R_3 (I_1 + I_2) = U_1 \quad (4)$$

$$R_3 (I_1 + I_2) + R_2 I_2 = U_2 \quad (5)$$

Rovnice (4) a (5) mají po úpravě tvar

$$I_1 (R_1 + R_3) + I_2 R_3 = U_1 \quad (6)$$

$$I_1 R_3 + I_2 (R_2 + R_3) = U_2 \quad (7)$$

Z rovnic (6) a (7) vyjádříme  $I_1$

$$I_1 = \frac{U_1 - I_2 R_3}{R_1 + R_3}$$
$$I_1 = \frac{U_2 - I_2(R_2 + R_3)}{R_3}$$

Po spojení obou rovnic dostaneme

$$\frac{U_1 - I_2 R_3}{R_1 + R_3} = \frac{U_2 - I_2(R_2 + R_3)}{R_3}$$
$$U_1 R_3 - I_2 R_3^2 = U_2(R_1 + R_3) - I_2(R_2 + R_3)(R_1 + R_3)$$
$$I_2[(R_2 + R_3)(R_1 + R_3) - R_3^2] = U_2(R_1 + R_3) - U_1 R_3$$

z toho proud  $I_2$

$$I_2 = \frac{U_2(R_1 + R_3) - U_1 R_3}{(R_2 + R_3)(R_1 + R_3) - R_3^2} = \frac{18 \cdot 6 - 14 \cdot 4}{7 \cdot 6 - 16} \text{ A} = 2 \text{ A}$$

Proud  $I_1$  vypočteme z rovnice (6)

$$I_1 = \frac{U_1 - I_2 R_3}{R_1 + R_3} = \frac{14 - 2 \cdot 4}{2 + 4} \text{ A} = 1 \text{ A}$$

Proud  $I_3$  vypočteme z rovnice (1)

$$I_3 = I_1 + I_2 = (1 + 2) \text{ A} = 3 \text{ A}$$

### ● Příklad 2.6.3

Vypočítejte proudy  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $I_3$  a  $I_C$  v obvodu zapojeném podle obr. 32. Odpor rezistorů jsou  $R_1 = 4 \Omega$ ,  $R_2 = 3 \Omega$ ,  $R_3 = 3 \Omega$ . Napětí zdrojů jsou  $U_1 = 2 \text{ V}$  a  $U_2 = 6 \text{ V}$ . Proud  $I_A = 3 \text{ A}$  a  $I_B = 2 \text{ A}$ . Předpokládané směry proudů  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $I_3$  a  $I_C$  jsou vyznačeny v zapojení obvodu.

Sestavíme obvodové rovnice pro uzel A, uzel B a uzel C podle I. zákona Kirchhoffova

Pro uzel A platí

$$I_A - I_2 - I_1 = 0$$

Pro uzel B platí

$$I_B + I_2 - I_3 = 0$$

Pro uzel C platí

$$I_3 + I_1 - I_C = 0$$

Obvodová rovnice pro smyčku podle II. zákona Kirchhoffova bude

$$R_1 I_1 - U_1 - R_3 I_3 + U_2 - R_2 I_2 = 0$$

Řešení soustavy obvodových rovnic

Z rovnice pro uzel A vypočítáme  $I_1 = I_A - I_2$ .

Z rovnice pro uzel B vypočítáme  $I_3 = I_B + I_2$ .

Dosadíme do obvodové rovnice pro smyčku a dostaneme

$$R_1(I_A - I_2) - U_1 - R_3(I_B + I_2) + U_2 - R_2 I_2 = 0$$

Po úpravě bude

$$R_1 I_A - U_1 - R_3 I_B + U_2 = I_2(R_1 + R_2 + R_3)$$

Z toho

$$I_2 = \frac{R_1 I_A - U_1 - R_3 I_B + U_2}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{12 - 2 - 6 + 6}{4 + 3 + 3} \text{ A}$$

$$I_2 = 1 \text{ A}$$

Proudy  $I_1$ ,  $I_3$  a  $I_C$  vypočítáme z obvodových rovnic pro uzly

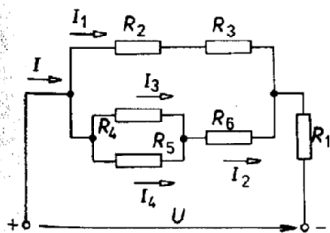
$$I_1 = I_A - I_2 = (3 - 1) \text{ A} = 2 \text{ A}$$

$$I_3 = I_B + I_2 = (2 + 1) \text{ A} = 3 \text{ A}$$

$$I_C = I_3 + I_1 = (3 + 2) \text{ A} = 5 \text{ A}$$

Také platí, že

$$I_C = I_A + I_B = (3 + 2) \text{ A} = 5 \text{ A}$$



Obr. 30.

### ■ Úloha 2.6.11

Vypočítejte proudy ve všech členech obvodu znázorněném na obr. 30, je-li napětí zdroje 30 V, odpory rezistorů jsou  $R_1 = 1 \Omega$ ,  $R_2 = 1 \Omega$ ,  $R_3 = 5 \Omega$ ,  $R_4 = 6 \Omega$ ,  $R_5 = 3 \Omega$ ,  $R_6 = 10 \Omega$ .

### ■ Úloha 2.6.12

Na svorkách zdroje jsou do série připojeny rezistory o odporech  $R = 40 \Omega$ ,  $R_2 = 70 \Omega$ ,  $R_3 = 100 \Omega$ ,  $R_4 = 90 \Omega$ ,  $R_5 = 140 \Omega$ . Napětí na rezistoru o odporu  $R_2$  je 35 V. Určete svorkové napětí zdroje, napětí na rezistorech o odporech  $R_1$ ,  $R_3$ ,  $R_4$ ,  $R_5$  a výkon na všech rezistorech.

### ■ Úloha 2.6.13

Rezistory o odporech  $R_1 = 2 \text{ k}\Omega$ ,  $R_2 = 3 \text{ k}\Omega$ ,  $R_3 = 6 \text{ k}\Omega$  tvoří paralelní kombinaci a jsou připojeny na svorky zdroje. Rezistorem s odporem  $R_2$  prochází proud 5 mA. Určete svorkové napětí zdroje a proudy v rezistorech  $R_1$  a  $R_3$ .